



**TURUN
YLIOPISTO**

GRADUN OTSIKKO

LuK Ewert Kupiainen

Pro gradu -tutkielma
Kesäkuu 2020

Tarkastajat:
Prof. H. H.
Dos. D.D.

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Turun yliopiston laatu­järjestelmän mukaisesti tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck-järjestelmällä

TURUN YLIOPISTO
Matematiikan ja tilastotieteen laitos

EWERT KUPIAINEN: Gradun otsikko
Pro gradu -tutkielma, 39 s., 12 liites.
Matematiikka
Kesäkuu 2020

Kirjoita tähän tiivistelmä. Laita `\noindent`-komento kappaleen alkuun, niin \LaTeX ei sisennä ensimmäistä riviä.

Komento `\vspace` taas jättää sopivan välin kappaleiden väliin - 4mm näyttää aika hyvältä.

Kirjoita tiivistelmä napakasti ja kaikenlaista toistoa välttäen.

Asiasanat: tiivistelmä sivu, Pro gradu -tutkielma, \LaTeX -ladontajärjestelmä.

Sisällys

| | | |
|----------|---|----------|
| 1 | Integraalilaskentaa | 1 |
| 1.1 | Analyyttistä lukuteoriaa | 1 |
| 1.1.1 | Matriisilaskentaa | 1 |
| 2 | Saavutettavuus ja kuvat | 1 |
| 2.1 | Saavutettavuus kuvateksteissä | 1 |
| 3 | Tekstiä | 2 |

1 Integraalilaskentaa

Tässä luvussa esitetään niin kutsuttu Newtonin-Leibnizin kaava [1].

Lause 1. Oletetaan että välillä $[a, b]$ on $F'(x) = f(x)$ ja että f on jatkuva.¹ Tällöin

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

1.1 Analyttistä lukuteoriaa

Seuraavaksi esitellään niin sanottu *Riemannin hypoteesi*, jonka mukaan ns. ζ -funktion epätriviaalit nollakohdat sijaitsevat suoralla $\operatorname{Re} z = \frac{1}{2}$.

Määritelmä 1. Riemannin ζ -funktio määritellään sarjaesityksen [2]

$$\zeta(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^z}$$

avulla, kun $\operatorname{Re} z > 1$.

1.1.1 Matriisilaskentaa

Nyt tarkastellaan matriisiin

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -5 \\ 3 & 4 & 5 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

ominaisarvoja.

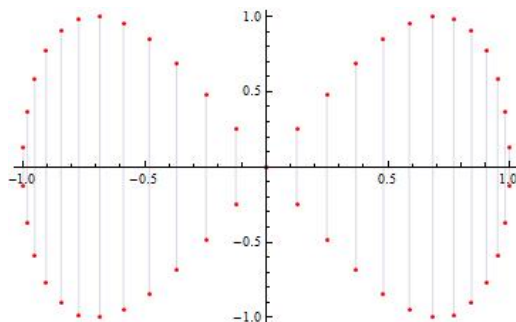
2 Saavutettavuus ja kuvat

UTUGradu-järjestelmän ja PDF \LaTeX :n pdf-formaattivaatimusten takia kannattaa käyttää muita kuin eps-muotoisia kuvia. Esimerkiksi pdf-muoto käy mainiosti vektorikuville, kunhan on samaa pdf/a-3b muotoa kuin tämän tiedoston tuottama pdf-tiedosto. Parhaiten toimivat jpg-muotoiset kuvat.

2.1 Saavutettavuus kuvateksteissä

Kaikkiin tutkielmassa esiintyviin kuviin tulee viitata tekstissä (ks. 2.1) Lisäksi kuvatekstin tulee olla kuvaileva, koska saavutettavuuteen liittyvät alt-tekstit eivät oikein toimi käytetyn \LaTeX :n accessibility-paketin kanssa. Jos kuvan perusteella tehdään päätelmä, tulee päätelmä kuvata tekstissä.

¹Jatkuvuus on oleellinen seikka tässä yhteydessä.



Kuva 1: Geronon lemniskaatta välillä $[-1, 1]$.

3 Tekstiä

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin

tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consetetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Donec odio elit, dictum in, hendrerit sit amet, egestas sed, leo. Praesent feugiat sapien aliquet odio. Integer vitae justo. Aliquam vestibulum fringilla lorem. Sed neque lectus, consetetur at, consetetur sed, eleifend ac, lectus. Nulla facilisi. Pellentesque eget lectus. Proin eu metus. Sed porttitor. In hac habitasse platea dictumst. Suspendisse eu lectus. Ut mi mi, lacinia sit amet, placerat et, mollis vitae, dui. Sed ante tellus, tristique ut, iaculis eu, malesuada ac, dui. Mauris nibh leo, facilisis non, adipiscing quis, ultrices a, dui.

Morbi luctus, wisi viverra faucibus pretium, nibh est placerat odio, nec commodo wisi enim eget quam. Quisque libero justo, consetetur a, feugiat vitae, porttitor eu, libero. Suspendisse sed mauris vitae elit sollicitudin malesuada. Maecenas ultricies eros sit amet ante. Ut venenatis velit. Maecenas sed mi eget dui varius euismod. Phasellus aliquet volutpat odio. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Pellentesque sit amet pede ac sem eleifend consetetur. Nullam elementum, urna vel imperdiet sodales, elit ipsum pharetra ligula, ac pretium ante justo a nulla. Curabitur tristique arcu eu metus. Vestibulum lectus. Proin mauris. Proin eu nunc eu urna hendrerit faucibus. Aliquam auctor, pede consequat laoreet varius, eros tellus scelerisque quam, pellentesque hendrerit ipsum dolor sed augue. Nulla nec lacus.

Suspendisse vitae elit. Aliquam arcu neque, ornare in, ullamcorper quis, commodo eu, libero. Fusce sagittis erat at erat tristique mollis. Maecenas sapien libero,

molestie et, lobortis in, sodales eget, dui. Morbi ultrices rutrum lorem. Nam elementum ullamcorper leo. Morbi dui. Aliquam sagittis. Nunc placerat. Pellentesque tristique sodales est. Maecenas imperdiet lacinia velit. Cras non urna. Morbi eros pede, suscipit ac, varius vel, egestas non, eros. Praesent malesuada, diam id pretium elementum, eros sem dictum tortor, vel consectetur odio sem sed wisi.

Viitteet

[1] Newton ja Leibniz

[2] Riemann