

# التحكم في استقرارية الأنظمة ذات التأخر

جامعة الجلفة  
1990  
نهار محمد الأمين

ماستر آلية وأنظمة

كلية العلوم والتكنولوجيا

جامعة الجلفة

1 أوت 2023

## المحتويات

- 1 مقدمة
- 2 نمذجة النظام
- 3 مأخوذات
- 4 الاستقرارية بمتحكم غيرذي تأخر
- 5 الاستقرارية بمتحكم ذو تأخر
- 6 الاستقرارية بالمتحكم المقترح
- 7 نتائج المحاكاة
- 8 خلاصة و مقترحات للتكئة

## الاشكالية:

- معظم الأنظمة غير خطية
- التأخر في الاستجابة يزيد في تعقيد مهمة المتحكم
- التأخر قد يكون سبب في عدم استقرار النظام
- الاستقرار أهم و أعقد مهمة للمتحكم
- كفاءة المتحكم تتعلق بدقة النموذج الرياضي للنظام
- التناسب الطردي بين دقة النموذج الرياضي و تعقيده

النمذجة برتبة كسرية و بنموذج ضبابي من نوع تاكاجي سوجينو يفرضه:

- ◀ النموذج برتبة كسرية أدق و صفا لأداء النظام
- ◀ وجود الارتياحات والتأخرات إما في الأجهزة المستعملة أو في وصف النظام
- ◀ البساطة النسبية للنمذجة بطريقة تاكاجي سوجينو
- ◀ الدقة المقبولة لهذا النوع من النمذجة

النمذجة برتبة كسرية و بنموذج ضبابي من نوع تاكاجي سوجينو يفرضه:

- ◀ النموذج برتبة كسرية أدق وصفا لأداء النظام
- ◀ وجود الارتياحات والتأخرات إما في الأجهزة المستعملة أو في وصف النظام
- ◀ البساطة النسبية للنمذجة بطريقة تاكاجي سوجينو
- ◀ الدقة المقبولة لهذا النوع من النمذجة

النظام موضوع الدراسة غير الخطي ذو الرتبة الكسرية المقترن بتأخر:

$$\begin{cases} {}^C D^\alpha x(t) = f(x(t), x(t - \tau(t)), u(t)), t \geq 0, \\ x(s) = \varphi(s), s \in [-\tau, 0] \end{cases}$$

$x(t) \in \mathbb{R}^n$  شعاع الحالة

$u(t) \in \mathbb{R}^m$  يمثل شعاع التحكم

$0 \leq \tau(t) \leq \tau$  زمن التأخر :

## النموذج الضبابي للنظام:

$$\begin{cases} {}^C D^\alpha x(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(t)) [A_i x(t) + A_{di} x(t - \tau(t)) + B_i u(t)], & t \geq 0, \\ x(s) = \varphi(s), & s \in [-\tau, 0] \end{cases}$$

حيث أن دالة الأوزان معرفة بالشكل التالي:

النموذج الضبابي للنظام:

$$\begin{cases} {}^C D^\alpha x(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(t)) [A_i x(t) + A_{di} x(t - \tau(t)) + B_i u(t)], & t \geq 0, \\ x(s) = \varphi(s), & s \in [-\tau, 0] \end{cases}$$

حيث أن دالة الأوزان معرفة بالشكل التالي:

$$h_i(\theta(t)) = \frac{\prod_{l=1}^p M_{il}(\theta_l(t))}{\sum_{i=1}^r \prod_{l=1}^p M_{il}(\theta_l(t))}$$

ومن أجل  $t \geq 0$  الشروط التالية محققة:

$$\sum_{i=1}^r h_i(\theta(t)) = 1, \quad h_i(\theta(t)) \geq 0 .$$

الهدف: التحكم في استقرارية الأنظمة غير الخطية ذات الرتب الكسرية الممنذجة بطريقة تاكاجي سوجينو.

## المأخوذة الأولى

من أجل أي دالة متعددة المتغيرات  $I$  معرفة بالشكل التالي:

$$I(x, t) = \int_{a(t)}^{b(t)} f(x, t) dx, \quad a(t) \text{ \& } b(t) < \infty$$

حيث  $a(t)$  و  $b(t)$  قابلتان للاشتقاق والدالة  $f(x, t)$  مستمرة بدلالة  $x$  وقابلة للاشتقاق بدلالة  $t$  فان المساواة التالية صحيحة

$$\frac{d(I(x, t))}{dt} = \frac{db(t)}{dt} f(b(t), t) - \frac{da(t)}{dt} f(a(t), t) + \int_{a(t)}^{b(t)} \frac{\partial f(x, t)}{\partial t} dx$$

## المأخوذة الثانية

وهي تعميم لمتباينة شوارتز من أجل أي مصفوفة معرفة موجبة  $M \in R^{n \times n}$  ومن أجل أي مقدار قياسي  $\gamma > 0$ ، إذا كان هناك دالة شعاعية  $w$  معرفة بالشكل التالي:  $w : [0, \gamma] \rightarrow R^n$  بحيث أن التكاملين:

$$\int_0^\gamma w^T(s) ds \text{ و } \int_0^\gamma w^T(s) M w(s) ds$$

معرّفين بشكل جيد فإن المتباينة التالية محققة:

$$\left( \int_0^\gamma w^T(s) ds \right) M \left( \int_0^\gamma w(s) ds \right) \leq \gamma \int_0^\gamma w^T(s) M w(s) ds$$



### المأخوذة الثالثة

ليكن  $x(t) \in R^n$  شعاعا لدالة قابلة للاشتقاق، إذن من أجل أي  $t_0 < t$  المترابحة التالية محققة:

$$\frac{1}{2} {}^C D_{t_0}^\alpha (x^T(t) P x(t)) \leq x^T(t) P {}^C D_{t_0}^\alpha x(t)$$

حيث أن  $P \in R^{n \times n}$  مصفوفة مربعة معرفة موجبة كل عناصرها أعداد قياسية و  $\alpha \in ]0, 1[$ .

### المأخوذة الرابعة

من أجل مشتق كابوتو، المساواة التالية محققة:

$$\frac{d}{dt} (I^{1-\alpha} f(t)) = D^\alpha f(t), \alpha \in ]0, 1[$$

نعتبر أن شعاع التحكم للنظام يكتب من الشكل التالي:  $u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(t)) K_i x(t)$

### نظرية ١

من أجل مصفوفة كسب التحكم الخاصة بالتغذية الراجعة  $K_j (j = 1, 2, \dots, r)$  و من أجل قيم  $\mu$  و  $\tau$  الخاصة بالنظام ، نقول عن النموذج الضبابي بأنه مستقر بشكل مقارب إذا وجدت مصفوفات ثابتة متناظرة و موجبة  $P, Q, R$  وأي مصفوفة  $N$  تحقق الأبعاد المطلوبة بحيث أن الشروط التالية محققة :

$$\begin{cases} \Omega_{ii} < 0, (i = 1, 2, \dots, r), \\ \Omega_{ij} + \Omega_{ji} < 0, i < j, i, j = 1, 2, \dots, r \end{cases}$$

حيث أن:

$$\Omega_{ij} = \begin{bmatrix} PA_i + A_i^T P^T + PB_i K_j + K_j^T B_i^T P^T + Q & PA_{di} & A_i^T N^T + K_j^T B_i^T N^T & 0 \\ * & -(1 - \mu)Q & A_{di}^T N^T & 0 \\ * & * & \tau^2 R - N - N^T & 0 \\ * & * & * & -R \end{bmatrix}$$

بما أن المتراجحة السابقة ليست مكتوبة على شكل  $LMI$  فلا بد لنا من استنباط النظرية الثانية

## نظرية ٢

من أجل قيم  $\mu$  و  $\tau$  الخاصة بالنظام ، نقول عن النظام الضبابي بأنه مستقر بشكل مقارب إذا وجدت مصفوفات متناظرة وموجبة  $X, \bar{Q}, \bar{R}$  وأي مصفوفة  $Y_j (j = 1, 2, \dots, r)$  تحقق الأبعاد المطلوبة بحيث أن شروط  $LMI$  التالية محققة :

$$\begin{cases} \bar{\Omega}_{ii} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \\ \bar{\Omega}_{ij} + \bar{\Omega}_{ji} < 0, \quad i < j, \quad i, j = 1, 2, \dots, r \end{cases}$$

حيث أن:

$$\bar{\Omega}_{ij} = \begin{bmatrix} A_i X + X^T A_i^T + B_i Y_j + Y_j^T B_i^T + \bar{Q} & A_{di} X & \epsilon X^T A_i^T + \epsilon Y_j^T B_i^T & 0 \\ * & (1 - \mu) \bar{Q} & \epsilon X^T A_{di}^T & 0 \\ * & * & \tau^2 \bar{R} - \epsilon X - \epsilon X^T & 0 \\ * & * & * & -\bar{R} \end{bmatrix}$$

$$K_j = Y_j X^{-1}$$

نعتبر أن شعاع التحكم يكتب من الشكل التالي:  $u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(t)) [K_{di}x(t - \tau(t))]$

### نظرية ٣

من أجل قيم  $\mu$  و  $\tau$  الخاصة بالنظام، نقول عن النظام الضبابي بأنه مستقر بشكل مقارب إذا وجدت مصفوفات موجبة  $X, \bar{Q}, \bar{R}$  وأي مصفوفة  $Y_{dj} (j = 1, 2, \dots, r)$  تحقق الأبعاد المطلوبة بحيث أن شروط *LMI* التالية محققة:

$$\begin{cases} \bar{\Omega}_{ii} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \\ \bar{\Omega}_{ij} + \bar{\Omega}_{ji} < 0, \quad i < j, \quad i, j = 1, 2, \dots, r \end{cases}$$

حيث أن:

$$\bar{\Omega}_{ij} = \begin{bmatrix} A_i X + X^T A_i^T + \bar{Q} & A_{di} X + B_i Y_{dj} & \epsilon X^T A_i^T & 0 \\ * & (1 - \mu) \bar{Q} & \epsilon X^T A_{di}^T + \epsilon Y_{di}^T B_i^T & 0 \\ * & * & \tau^2 \bar{R} - \epsilon X - \epsilon X^T & 0 \\ * & * & * & -\bar{R} \end{bmatrix}$$

$$K_{dj} = Y_{dj} X^{-1} (j = 1, \dots, r) \text{ و}$$

ليكن:  $u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(t)) [K_i x(t) + K_{di} x(t - \tau(t))]$

## نظرية ٤

من أجل قيم  $\mu$  و  $\tau$  الخاصة بالنظام نقول عن النموذج الضبابي بأنه مستقر بشكل مقارب إذا وجدت مصفوفات موجبة  $X, \bar{Q}, \bar{R}$  وأي مصفوفتين  $Y_j (j = 1, 2, \dots, r), Y_{dj} (j = 1, 2, \dots, r)$  تحققان الأبعاد المطلوبة بحيث أن شروط  $LMI$  التالية محققة:

$$\begin{cases} \bar{\Omega}_{ii} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \\ \bar{\Omega}_{ij} + \bar{\Omega}_{ji} < 0, \quad i < j, \quad i, j = 1, 2, \dots, r \end{cases}$$

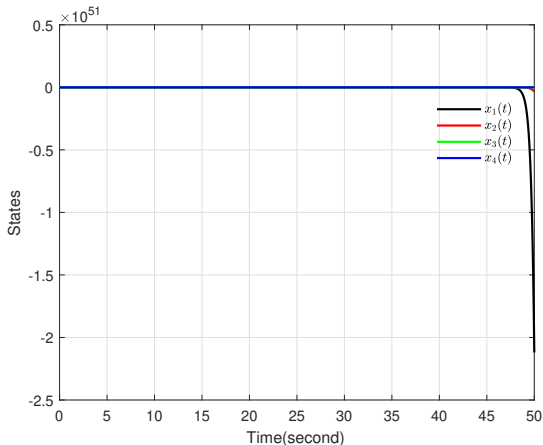
حيث أن:

$$\bar{\Omega}_{ij} =$$

$$\begin{bmatrix} A_i X + X^T A_i^T + B_i Y_j + Y_j^T B_i^T + \bar{Q} & A_{di} X + B_i Y_{dj} & \epsilon X^T A_i^T + \epsilon Y_j^T B_i^T & 0 \\ * & (1 - \mu) \bar{Q} & \epsilon X^T A_{di}^T + \epsilon Y_{dj}^T B_i^T & 0 \\ * & * & \tau^2 \bar{R} - \epsilon X - \epsilon X^T & 0 \\ * & * & * & -\bar{R} \end{bmatrix}$$

$$K_{dj} = Y_{dj} X^{-1} (j = 1, 2, \dots, r) \text{ و } K_j = Y_j X^{-1}$$

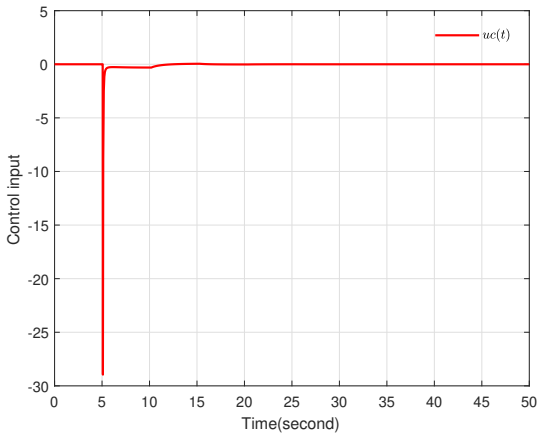
## أداء النظام بدون متحكم



شكل 1: حالات النظام بدون متحكم

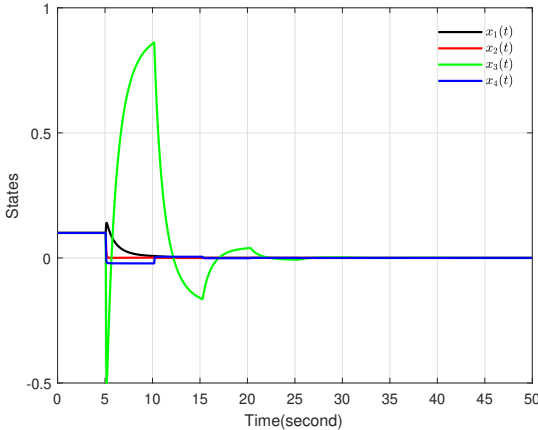
نلاحظ أن النظام غير مستقر بانعدام المتحكم. لذلك من الضروري استخدام متحكم.

## أداء النظام بمتحكم غير ذي تأخر



شكل 2: إشارة المتحكم غير ذي تأخر

## أداء النظام بمتحكم غير ذي تأخر

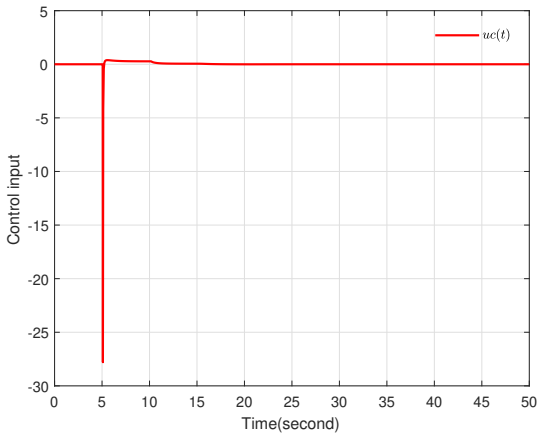


شكل 3: حالات النظام باستخدام متحكم غير ذي تأخر

المتحكم غير ذي تأخر يضمن استقرار النظام لكن أداء النظام يحتاج إلى تحسين

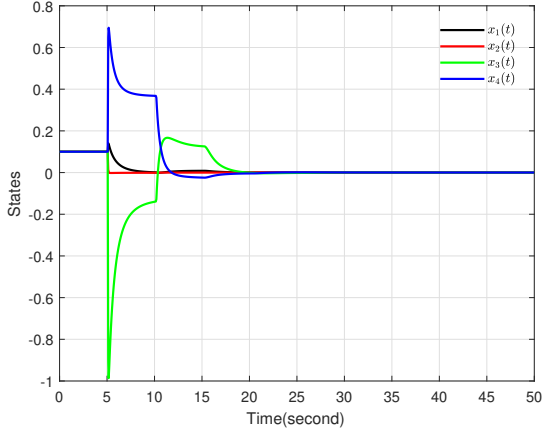


## أداء النظام بالمنحكم المقترح



شكل 4: إشارة المنحكم المقترح

## أداء النظام بالمنحكم المقترح



شكل 5: حالات النظام باستخدام المتحكم المقترح

التركيبية المقترحة أعطت أداء أفضل من المتحكم الأول و حافظت على استقرار النظام

نتائج الدراسة المقارنة بين المتحكم غير ذي تأخر و التركيبية المقترحة معطاة في الجدول التالي:

المتحكم	غير ذي تأخر	المتحكمين معا	نسبة التحسين
زمن الاستقرار	26	20	% 23
قيمة $x_3$ من الذروة الى الذروة	1.36	1.16	% 15
$\int_0^{ts} (x_3^2) dt$	2.5540	0.7771	% 70
$\int_0^{ts} (u^2) dt$	12.8476	7.1868	% 40

جدول 1: تكيم نتائج الدراسة المقارنة

من خلال جدول النتائج يظهر جليا أن استخدام المتحكمين معا أعطى نتائج أحسن بكثير حيث:

- ◀ حسن في زمن الاستقرار بنسبة %23
- ◀ قلل الطاقة المستهلكة بنسبة %40
- ◀ حسن الأداء ككل بنسبة %70
- ◀ قلل من الارتفاع من الذروة للذروة بنسبة %15

من دراستنا نخلص إلى أن:

### الخلاصة

- ◀ استعمال نهج لياونوف في دراسة الاستقرارية يعد طريقة فعالة وذات نتائج حسنة.
- ◀ استخدام متحكم غير ذي تأخر كان كافيا لضمان الاستقرارية ولكن بأداء متواضع.
- ◀ استخدام متحكم ذي تأخر سمح بتحسين أداء النظام.
- ◀ استخدام المتحكم المقترح كان كافيا لضمان الاستقرارية بأداء أفضل بكثير وباستهلاك أقل للطاقة.

كتكيلة لهاته الدراسة نقترح:

### التكيلة

- ◀ القيام بدراسة مستقلة حول صلابة هذا النوع من الأنظمة
- ◀ إيجاد صيغ جديدة خاصة بدالة لياونوف
- ◀ دراسة تأثير استخدام متحكم تكاملي صرف على الاستقرارية والأداء



# شكراً لحسن استماعكم

