



JYVÄSKYLÄN YLIOPISTO  
MATEMATIIKAN JA TILASTO-  
TIETEEN LAITOS

PRO GRADU-TUTKIELMA

# Tämä on minun otsikko

*Meitsi Mesikämmen*

20. lokakuuta 2023



---

**Tekijä**Meitsi Mesikämmen

---

**Otsikko**Tämä on minun otsikko (engl. This is my title)

---

**Tutkinto-ohjelma**Matematiikan aineenopettajan maisteriohjelma

---

**Päivämäärä**

20. lokakuuta 2023

**Sivumäärä**16

---

**Tiivistelmä**

Tämä dokumentti on pohja kandidaatin tutkielmalle tai pro gradu työlle. Tämän tiedoston tarkoituksena on antaa eväitä L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X:n käyttöön ja esitellä yleisimmät tarvittavat komennot. Tätä pohjaa kannattaa lukea Tex-editorin kanssa siten, että tutkielma.tex tiedosto on auki tekstieditorissa (Tex-editorissa) ja siitä ladottu pdf-tiedosto sen vieressä. Osa Tex-koodista on kirjoitettu auki myös ladottuun pdf-tiedostoon mutta osa kannattaa katsoa suoraan tex-tiedostosta.

Tämän pohjan ei ole missään nimessä tarkoitus olla tyhjentävä esitys kaikesta mitä L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X:iin liittyy vaan pikemminkin pika-apu alkuun pääsemiseen. Mikäli kaipaat lisää tietoa kannattaa katsoa suomenkielistä johdantokurssia <https://www.cs.helsinki.fi/u/jhasa/latexkurssi/>. Englannin kielisiä apuneuvoja löytyy internetin ihmeellisestä maailmasta kasoittain. Ota huomasi hakukone ja kuvaile sille ongelmaasi lisäämällä latex-sana ongelman yhteyteen ja varmasti löydät apua. Muista myös, että tex-ladonta antaa virheistä virheilmoituksen ja näiden tulkitseminen on yksi mitä pitää opetella.

# Sisällys

<b>Johdanto</b>	<b>3</b>
<b>1 (Matemaattisen) tekstin muotoilu</b>	<b>5</b>
1.1 Kaavarivien numeroinnista ja ristiviittamisesta . . . . .	6
<b>2 Yleisimpiä merkkejä ja sääntöjä</b>	<b>10</b>
<b>3 Kuva ja kuvaan viittaaminen</b>	<b>10</b>
<b>4 Luetteloita</b>	<b>11</b>
<b>5 Tyypillisimpiä virheitä</b>	<b>12</b>
<b>6 Merkintöjä</b>	<b>15</b>

## Johdanto

Tämä dokumentti on pohja kandidaatin tutkielmalle tai pro gradu työlle. Tämän tiedoston tarkoituksena on antaa eväitä L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X:n käyttöön ja esitellä yleisimmät tarvittavat komennot. Tätä pohjaa kannattaa lukea Tex-editorin kanssa siten, että tutkielma.tex tiedosto on auki tekstieditorissa (Tex-editorissa) ja siitä ladottu pdf-tiedosto sen vieressä. Osa Tex-koodista on kirjoitettu auki myös ladottuun pdf-tiedostoon, mutta osa kannattaa katsoa suoraan tex-tiedostosta.

Tämän pohjan ei ole missään nimessä tarkoitus olla tyhjentävä esitys kaikesta mitä L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X:iin liittyy vaan pikemminkin pika-apu alkuun pääsemiseen. Mikäli kaipaat lisää tietoa kannattaa katsoa suomenkielistä johdantokurssia <https://www.cs.helsinki.fi/u/jhasa/latexkurssi/>. Englannin kielisiä apuneuvoja löytyy internetin ihmeellisestä maailmasta kasoittain. Ota haluamasi hakukone ja kuvaile sille ongelmaasi lisäämällä ongelman yhteyteen latex-sana ja varmasti löydät apua. Muista myös, että tex-ladonta antaa virheistä virheilmoituksen ja näiden tulkitseminen on yksi opeteltava asia.

Leipätekstiä voi kirjoittaa kuten missä tahansa tekstieditorissa. Uuden rivin aloittaminen tai välilyöntien lisääminen Tex-koodipuolella ei vaikuta mitenkään tekstin muotoiluun mutta tyhjän rivin (tai useammankin) jättäminen väliin aloittaa uuden kappaleen. Katso koodia tästä kohdasta!

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam tristique finibus lacinia. Sed dapibus consequat erat vitae rhoncus. Maecenas semper porttitor ultrices. Donec ornare tempus libero. Vestibulum elit mi, fermentum non mattis vitae, interdum vitae metus. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos himenaeos. Donec imperdiet dignissim arcu, sed vestibulum nulla porta porta. Proin a pellentesque massa. Aenean consectetur et tellus ac accumsan. Aliquam erat volutpat. Pelkkä rivinvaihto ei riitä ja pelkät tyjät rivit koodissa eivät riitä tekemään tyhjää riviä lopulliseen dokumenttiin.

Sisennyksen voi poistaa kappaleen alusta komennolla

```
\noindent,
```

jos niin haluaa. **Kappaleenvaihdoksi Kannattaa valita joko rivinvaihto ja sisennys tai tyhjällä rivi ja ei sisennystä, ja noudattaa samaa tapaa läpi koko kirjoitelman.** Jos haluaa erotella kappaleet toisistaan tyhjällä rivillä ja poistaa sisennyksen, niin tulee lisätä komennot

```
\parindent0pt  
\parskip12pt
```

tex-tiedoston alkuun ennen kohtaa

```
\begin{document}
```

Kokeile mikä muuttuu näiden kanssa.

L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>Xon kehitetty erityisesti matemattisen tekstin latomiseen eli matematiikan kirjoittamisen on helpottamiseksi. Leipätekstin sekaan tulevia matematiittisia symboleja kirjoitetaan aina tiettyjen merkkien sisälle koodissa. Tähän on kaksi tapaa

Matikkatila aloitetaan `\(` ja päätetään `\)`  
tai merkeillä `$` ja `$`

Vaikkakin dollarimerkki on helpompi kirjoittaa niin on suositeltavaa käyttää merkkejä

```
\( \)
```

sillä näistä ensimmäinen avaa matematiikkatilan ja jälkimmäinen päättää sen. Tällöin on selvää mitä on matematiikkatilan sisällä.

Esimerkiksi nämä numerot 1,2,3,4,5,x,y,z ovat tekstiilassa ja nämä 1, 2, 3, 4, 5, *x*, *y*, *z* matematiikkatilassa kirjoitettuja. Huomaatko eron?

Omalle riville tehdyn kaavan saa kirjoittamalla kaavan seuraavien merkkien sisälle

```
\[ \]
```

eli koodi

```
\[\int f(x)\,dx=6.\]
```

tuottaa kaavan

$$\int f(x) dx = 6.$$

Kuten tekstin seassa olevan matematiikkatilan tapauksessa myös omalle riville tuleva kaava saadaan aikaiseksi monella eri tavalla:

Omalle riville tuleva kaava aloitetaan `\[` ja päätetään `\]`  
tai merkeillä `$$` ja `$$`  
tai kirjoittamalla `\begin{equation*}` ja `\end{equation*}`

Kuten tekstin seassa olevan kaavan tapauksessa myös tässä suositaan merkkejä

```
\[ \]
```

sillä jossain kohdin tekstin välistykset menevät pieleen jos käyttää tupladollareita. Näillä päästäänkin jo alkuun työn kirjoittamisessa.

# 1 (Matemaattisen) tekstin muotoilu

Uusi luku aloitetaan komennolla

```
\section{Matemaattisen tekstin muotoilu}
```

aliluvun ja alialiluvun saa vastaavasti komennoilla

```
\subsection{Matemaattisen tekstin muotoilu}
\subsubsection{Matemaattisen tekstin muotoilu}
```

Numeroimaton aliluku (luku vast.) tulee koodilla

```
\subsection*{Matemaattisen tekstin muotoilu}
```

Kannattaa kokeilla myös mitä tapahtuu komennoilla

```
\begin{part}\end{part}
\begin{chapter}\end{chapter} \\ Tämä toimii vain joillakin
tietyillä dokumenttiluokilla
```

Tämän dokumentin koodiosan alussa on määritelty omat ympäristöt määritelmille, lauseille, lemmoille ja huomautuksille (ks. `tex-tiedosto`). Niiden avulla voidaan muotoilla lauseet, lemmat, määritelmät ja huomautukset omiksi kokonaisuuksiksi. Esimerkiksi koodi

```
\begin{lause}\label{ekalause}
Olkoon  $(x \in \mathbb{R})$ . Tällöin  $(x^2 \geq 0.)$ 
\end{lause}
```

tuottaa seuraavan:

**Lause 1.1.** *Olkoon  $x \in \mathbb{R}$ . Tällöin  $x^2 \geq 0$ .*

Ylle lisätty `label`-osa liittää itsekeksityn sisäisen nimen tähän lauseeseen ja sillä voimme viitata tähän Lauseeseen sen oikealla numerolla tilanteesta riippumatta. Todistuksillekin on oma ympäristö:

```
\begin{proof}
Todistus tähän väliin...
\end{proof}
```

*Todistus.* Todistus tähän väliin...

□

Jos Lauseetta 1.1 käytetään myöhemmin tekstissä, niin voimme viitata siihen sille annetun nimen avulla käyttäen ref-komentoa:

```
\ref{ekalause}
```

joka tuottaa lauseen numeron, mikä ikinä se sillä hetkellä onkaan. Lähdekirjallisuuteen viitataan sen sijaan cite-komennolla esimerkiksi Lauseen 1.1 sovelluksia voi löytää lähteestä [2]. Tämä tuli siis komennolla (ks. dokumentin lopun viitteiden sisäiset nimet)

```
\cite{Johdatus}
```

**Määritelmä 1.2.** Tässä määritellään tarvittavia käsitteitä

**Lemma 1.3** (Erityinen epäyhtälö). *Epäyhtälö*

$$2ab \leq a^2 + b^2 \text{ pätee kaikilla } a, b \in \mathbb{R}.$$

Lauseille tai lemmoille voi antaa omia erityisiä nimiä (Kuten Hölderin epäyhtälö tms) kirjoittamalla ympäristön aloituksen perään hakasulkeissa haluamansa nimi. Edellä olevan tuotti siis koodi

```
\begin{lemma}[Erityinen epäyhtälö]
Epäyhtälö
\ [2ab \leq a^2 + b^2 \text{~} \text{pätee kaikilla} \ \ a, b \in \mathbb{R}. \ ]
\end{lemma}
```

*Huomautus 1.4.* Huomataan, että tällainenkin ympäristö oli määritelty.

## 1.1 Kaavarivien numeroinnista ja ristiviittamisesta

Numeroimattoman kaavarivin saa merkeillä

```
\ [ \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \ , dx = \sqrt{\pi}. \ ]
```

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}.$$

Jos haluaa kaavariville oman numeron, niin silloin kaavarivi on laitettava equation-ympäristöön. Koodi

```
\begin{equation}
\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \ , dx = \sqrt{\pi}.
\label{KElvin}
\end{equation}
```

tuottaa siis kaavan

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}. \quad (1.1)$$

Useamman rivin pituisen kaavan voi kirjoittaa align-ympäristöllä

```
\begin{align}
\end{align}
```

Huomattavaa on, että tässä ympäristössä tulee kertoa milloin halutaan rivinvaihto

```
\\
```

ja lisäksi jokaisella rivillä on oltava tasausmerkki

```
&
```

kertomassa, että mitkä kohdat tasataan samalla kohdalle eri riveistä. Koodi

```
\begin{align}
\left( \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx \right)^2
&= \left( \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx \right)
\left( \int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2} dy \right) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} e^{-y^2} dx dy \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+y^2)} dx dy
\end{align}
```

tuottaa kaavarivistön

$$\left( \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx \right)^2 = \left( \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx \right) \left( \int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2} dy \right) \quad (1.2)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} e^{-y^2} dx dy \quad (1.3)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+y^2)} dx dy \quad (1.4)$$

Yksittäisistä numeroista pääsee eroon lisäämällä halutulle riville

```
\notag
```



ennen rivinvaihtoa. Ja jos haluaa eroon kaikista numeroista, niin sitten pitää käyttää ympäristöä

```
\begin{align*}
\end{align*}
```

Tähden lisäämisellä on sama vaikutus myös muihin ympäristöihin, joissa on automaatinumerointi. Jatketaan edellä tehtyä kaavarivistöä:

```
\begin{align}
&= \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} e^{-r^2} r \, dr \, d\theta \notag \\
& \\
&= \int_0^{2\pi} \left[ \int_0^{\infty} e^{-r^2} r \, dr \right] \, d\theta \label{tarkearivi} \\
& \\
&= \int_0^{2\pi} \left[ \left. -\frac{e^{-r^2}}{2} \right|_{r=0}^{r=\infty} \right] \, d\theta \notag \\
& \\
&= \int_0^{2\pi} \left[ \frac{1}{2} \right] \, d\theta \notag \\
& \\
&= \pi. \\
\end{align}
```

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} e^{-r^2} r \, dr \, d\theta \\
 &= \int_0^{2\pi} \left[ \int_0^{\infty} e^{-r^2} r \, dr \right] d\theta \tag{1.5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^{2\pi} \left[ \left. -\frac{e^{-r^2}}{2} \right|_{r=0}^{r=\infty} \right] d\theta \\
 &= \int_0^{2\pi} \left[ \frac{1}{2} \right] d\theta \\
 &= \pi. \tag{1.6}
 \end{aligned}$$

Edellä lisättiin toiselle riville

```
\label{tarkearivi}
```

ennen rivinvaihtosymbolia, jolloin voimme nyt viitata tähän kaavan eqref-komennolla. (vrt.ref-komentoon) Koodi

Kaava `\eqref{tarkearivi}`

antaa: Kaava (1.5). Jokaiselle riville voi antaa oman sisäisen nimen ja silloin kyseiseen riviin voi viitata tätä nimeä käyttämällä. Huomaa, että koodi

```
\notag
```

esiintyy edellä kaikilla niillä riveillä joille ei tulosteta numeroa.

Monesti tarvitsee myös kaavariviä, joka sisältää yksi- ja kaksirivisiä osia. Esimerkiksi funktion määrittely paloittain tehdään tekemällä kaavarivin sisälle cases-ympäristö. Koodi

```
\[  
f(x)=\begin{cases}  
  x+1,\ \ \text{kun}\ x>1\\  
  x-1.\ \ \text{kun}\ x\leq 1\\  
\end{cases}  
\]
```

tuottaa kaavan

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{kun } x > 1 \\ x - 1, & \text{kun } x \leq 1. \end{cases}$$

Huomaa, että matematiikkatilan sisällä tesktiä tulee kirjoittaa aina

```
\text{}
```

ympäristöön, muuten välilyönnit häviävät ja tekstin muotoilu näyttää kummalliselta. Yllä välilyönnejä on pakotettu kaavan sisälle

```
\+välilyönti
```

joka tuottaa juuri yhden tekstimerkin suuruisen tyhjän tilan eli vastaa tavallisen tekstin välilyöntiä. Suurempia tai pienempiä välejä saa

```
\,      \:      \;      \!      \quad \qquad
```

Kokeile miten välistykset muuttuvat näillä! Tähän mennessä käsitellyillä tiedoilla pääsee jo aika pitkälle työn kirjoittamisen suhteen.

## 2 Yleisimpiä merkkejä ja sääntöjä

Yleisimmät matemaattisia lausekkeet ovat

`\[ \sin x, \cos x, \log x, e^x, \frac{a}{b}, f \colon A \to \mathbb{R} ]`

$$\sin x, \cos x, \log x, e^x, \frac{a}{b}, f: A \rightarrow \mathbb{R}$$

Näissä huomattavaa on se, että funktion määritelmässä kirjaimen  $f$  jälkeinen erotin on

`\colon` eikä :

Muita yleisesti tarvittavia merkkejä (katso LaTeX-koodi tex-tiedostosta):

Potenssit	$x^2, y_n, z_{k_i}^{2n+1}$
Juuret	$\sqrt{x}, \sqrt[5]{y^2+1}$
Kertomerkit	$2 \cdot 3, m \times n$
Murtoluvut	$\frac{1}{2}, \frac{2x+2}{x^2-1}$
Derivaatat	$f', g''(x), h^{(n)}(t), \partial y, \nabla F$
Pisteet	$1, 2, \dots, 10$ ja $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$
Ääretön	$\infty$
Nuolet	$x \leftarrow y, y \rightarrow z, x \leftrightarrow z, A \Rightarrow B, B \Leftarrow C, A \Leftrightarrow C$
Joukko-oppi	$\{x \in X \mid x < 2\}, \emptyset \subset A, A \subseteq B, C \cup D, E \cap F, G \setminus H$
Funktiot	$f: X \rightarrow Y, x \mapsto x^2$
Negaatiot	$x \neq y, A \not\subset B$
Approksimaatiot	$3 \leq 2, -1 \geq -2, x \approx 3,14, C \sim D$

Taulukko 1: Merkkejä

## 3 Kuva ja kuvaan viittaaminen

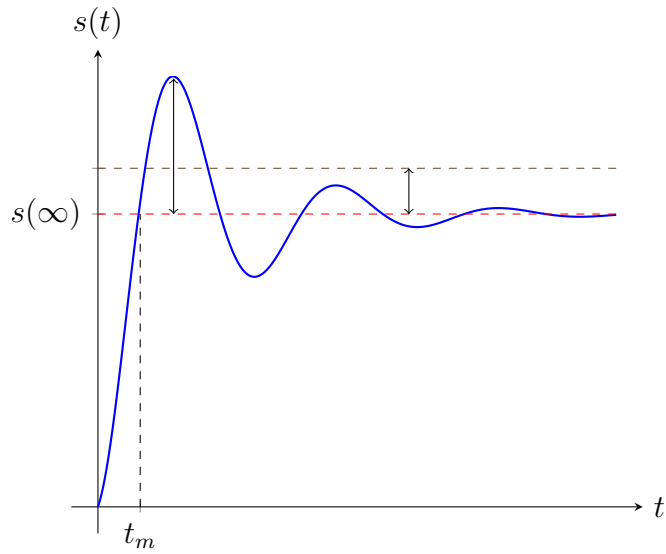
Kuvia lisätään aina omaan ympäristöönsä ja näistä yleisin on figure-ympäristö. Tätä varten käytetään seuraavia koodirivejä

```
\begin{figure}
  \centering
  \includegraphics{kuva.jpg}
  \caption{Kuvateksti}
  \label{Oma kuvani}
\end{figure}
```

Tässä varsinainen kuva laitetaan kohtaan

```
\includegraphics{mina.jpg}
```

Kuva täytyy olla samassa hakemistossa(kansiossa) kuin missä Tex-tiedosto sijaitsee. Koska kuvaympäristön sisällä on on annettu label-komento, niin



Kuva 3.1: Hieno käppyrä

voimme viitata tähän koodilla

Kuvassa `\ref{Omake}`

joka tuottaa: Kuvassa 3.1. Huomaa, että edellisen luvun lopussa on esimerkki jolla saat aikaan taulukon ja sen ympärillä taulukolle tarkoitettu oma ympäristö, ks. tex-tiedoston koodi.

## 4 Luetteloita

Luetteloita saa aikaiseksi esimerkiksi `enumerate`- ja `itemize` ympäristöillä. Luettelon kohteet listataan `item`-komennon avulla.

```
\begin{enumerate}
  \item
\end{enumerate}
\begin{itemize}
  \item
\end{itemize}
```

Alla näitä kahta käyttäen sama luettelo.  
enumerate-ympäristö:

a) Vektorin voi kirjoittaa muodossa  $\vec{v} = (1, -2, 1)$ ,

b) Matriisin muodossa

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 24 \end{bmatrix}.$$

c) Mitä muuta haluaisit luetella?

itemize-ympäristö:

- Vektorin voi kirjoittaa muodossa  $\vec{v} = (1, -2, 1)$ ,

- Matriisin muodossa

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 24 \end{bmatrix}.$$

- Mitä muuta haluaisit luetella?

Enumerate-ympäristöä voi muokata

## 5 Tyypillisimpiä virheitä

### Lainausmerkit

Suomen kielen kohdalla lainausten yhteydessä käytetään merkkejä ” sekä lainausten alkuun että loppuun: ”Tämä on lainaus”. Nämä löytyvät tavallisesta näppäimistöstä kirjaimen ä oikealta puolelta. Huomaa, erot merkeissä "(shift+2), “, ’ ja ”.

### Todistuksen päättymisen kaavariviin

Kaavariviin päättyvä todistus-ympäristö heittää todistuksen päättämistä tarkoittavan hautasymbolin turhan alas

*Todistus.* . . . , joten

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \int_{[a,b]} f_j(x) dx = \int_{[a,b]} \lim_{j \rightarrow \infty} f_j(x) dx.$$

□

mutta tämän voi korjata lisäämällä todistuksen päättävän kaavarivin sisälle

`\qedhere`

jolloin lopputulos on vähän nätimpi

*Todistus.* . . . , joten

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \int_{[a,b]} f_j(x) dx = \int_{[a,b]} \lim_{j \rightarrow \infty} f_j(x) dx. \quad \square$$

## Matemaattisten operaattoreiden merkinnöt

Matemaattisia operaattoreita voidaan määritellä dokumentin alussa (ennen varsinaisen dokumentin alkua) komennolla

`\DeclareMathOperator{komento}{mitä komento tulostaa}`

Esimerkiksi komento

`\ker(T)`

tuottaa tulosteen  $\ker(T)$ . (Tämä on valmiiksi määritelty tämän dokumentin paketeissa.) Jos vertaat tätä siihen, että olisi vain kirjoitettu

`\ker(T)`

eli  $\ker(T)$ , niin huomaat eron.

## Sisätulomerkki

Väärä tapa

`\langle u, v \rangle`

eli  $\langle u, v \rangle$ . Oikea tapa on

`\langle u, v \rangle`

eli  $\langle u, v \rangle$ .

## Jäännösluokkamerkintä

Ei kannata keksiä omia merkintöjä, kuten

```
$a= b\;(\text{mod}\, c)$
```

vaikka tuloste näyttääkin oikealta  $a = b \pmod{c}$  jos tähän on jo olemassa valmis komento

```
$a= b \pmod c$,
```

joka tuottaa saman  $a = b \pmod{c}$ .

## Kolme pistettä

Erilaisia luetteloiden jakumisia merkitään kolmella peräkkäisellä pisteellä mutta niitä ei suinkaan kirjoiteta tähän tapaan vaan näihinkin on omat komennot. Esimerkiksi komennot

```
$1+2+3+\cdots$, $1\cdot 2\cdots$ ja $1,2,3,\dots$
```

tuottavat  $1 + 2 + 3 + \dots$ ,  $1 \cdot 2 \cdots$  ja  $1, 2, 3, \dots$

## Viittaaminen useampaan lähteeseen ja tarkenteen antaminen

Useampaan lähteeseen viitataan kirjoittamalla

```
\cite{Concrete, Johdatus}
```

joka tulostaa [1, 2]. Tarkenteen voi taas antaa seuraavasti

```
\cite[Theorem 1.24]{Concrete}
```

joka tulostaa [1, Theorem 1.24]. Lähdeviittauksissa kannattaa käyttää pakotettua välilyöntiä (matomerkki) eli kirjoittaa

```
Lindelöf-\cite[Lause 1.2]{Johdatus} osoittaa
```

joka tulostaa: Lindelöf [2, Lause 1.2] osoittaa. Tässä matomerkki vastaa siis välilyöntiä, mutta sellaisessa muodossa, että ladonta **ei voi tehdä siihen kohtaan rivinvaihtoa**.

## 6 Merkintöjä

<i>Merkintä</i>	<i>Selitys</i>
$\mathbb{N}$	Luonnollisten lukujen joukko $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$
$\mathbb{Z}_+$	Positiivisten kokonaislukujen joukko $\{1, 2, 3, \dots\}$
$\mathbb{Q}$	Rationaalilukujen joukko
$\mathbb{R}$	Reaalilukujen joukko
$\mathbb{C}$	Kompleksilukujen joukko
$ \alpha $	$\alpha_1 + \dots + \alpha_n$ , kun $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n) \in \mathbb{N}^n$
$x^\alpha$	$x_1^{\alpha_1} \dots x_n^{\alpha_n}$ , kun $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ ja $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n) \in \mathbb{N}^n$
$D^\alpha f$	$\frac{\partial^{\alpha_1 + \dots + \alpha_n} f}{\partial x_1^{\alpha_1} \dots \partial x_n^{\alpha_n}}$ , kun $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n) \in \mathbb{N}^n$



## Viitteet

- [1] RONALD L. GRAHAM, DONALD E. KNUTH ja OREN PATASHNIK: *Concrete Mathematics. A Foundation for Computer Science*. toinen laitos, Addison-Wesley, 1994.
- [2] ERNST LINDELÖF: *Johdatus korkeampaan analyysiin*. toinen, korjattu laitos, Mercatorin Kirjapaino Osakeyhtiö, 1926.
- [3] MICHAEL SPIVAK: *Calculus on manifolds*, Addison-Wesley, 1965.