1. resoluciónón pregunta numero 2

Dado el siguiente sistema descrito por la ecuación en diferencias, determine : la repuesta al impulso, la salida del sistema para una enterada $x[n] = \mu(n) - \mu(n-6)$. Por ultimo analice su estabilidad.

$$y[n] - \frac{5}{6}y[n-1] - \frac{1}{6}y[n-2] = \frac{1}{3}x[n] \tag{1}$$

Resolución aplicando el método analítico: $y[n] = S[n]$

- Repuesta al impulso del sistema

para la respuesta la impulso sabemos que $x[n] = \delta[n]$. donde la solución homogénea es de la forma

$$S[n] = C(Z_1) + B(Z_2) \tag{2}$$

calculando la solución homogénea del sistema donde $x[n] = 0$, así la ecuaciónón1 nos queda

$$y[n] - \frac{5}{6}y[n-1] - \frac{1}{6}y[n-2] = 0 \tag{3}$$

ahora $y[n] = Z$, sustituyendo Z en (3)

$$Z - \frac{5}{6}Z^{n-1} + \frac{1}{6}z^{n-2} = 0 \tag{4}$$

sacamos factor común Z^{n-2} de la ecuación (4)obteniendo lo siguiente

$(Z^{n-2})(z^2 - \frac{5}{6}Z - (1/6)) = 0$ al factorizar el polinomio de segundo grado obtenido $Z_1 = 1$ y $Z_2 = \frac{-1}{6}$
sustituyendo los valores de $Z_1 = 1$ y $Z_2 = -\frac{1}{6}$ en la ecuaciónón (4)

$$S[n] = C(1)^n + B(\frac{-1}{6})^n \tag{5}$$

ahora buscamos las condiciones iniciales para así buscar los valores de C y B. Para ello trabajamos con la ecuaciónón(1).

trabajamos con n=0

$$y[0] - \frac{5}{6}y[-1] - frac16y[-2] = \frac{1}{3}x[0] \tag{6}$$

donde $y[-1] = 0$; $y[-2] = 0$; $x[0] = (\frac{1}{3})$; por lo tanto $(y[0] = \frac{1}{3})$ Trabajamos con n=1

$$y[1] - \frac{5}{6}y[0] - frac16y[-1] = \frac{1}{3}x[1] \tag{7}$$

$y[0] = 0$; $y[-1] = 0$; $x[1] = (\frac{1}{3})$ quedando así $y[1] = \frac{11}{18}$

sustituyendo los valores de y[0] ,y[1] en la ecuación (5) para así poder armar un sistema de ecuaciones.

$$C + B = (\frac{1}{3}) \tag{8}$$

$$C + B(-\frac{1}{6}) = \frac{11}{18} \tag{9}$$

al resolver el sistema conformado por las ecuaciones (8-9) se obtienen los siguientes valores de C y B :$C = 2$ y $B = \frac{-5}{3}$

por lo tanto la solución homogénea queda de la siguiente manera

$$S[n] = (2)(1)^n + (\frac{-5}{3})(\frac{-1}{6})^n \tag{10}$$

- Respuesta al escalón

Para este caso $x[n] = \mu[n]$
ahora y[n]= y_p+y_p donde :
y_h= S[n] ; y_p=$k\mu[n]$

$$S[n] = C(1)^n + B(\frac{-1}{6})^n \tag{11}$$

para calcular el valor de k hacemos y[n]=$K\mu[n]$ para este caso obtenemos lo siguiente :

$$\frac{1}{3}\mu[n] = \mu[n] - \frac{1}{6}\mu[n-1] - \frac{1}{6}\mu[n-2] \tag{12}$$

ahora se le daran valores a n hasta que el valor de k se estabilice por completo, para este caso el valor se estabilizara a partir de 2, pero sucede algo muy particular k a partir de 2 tomara como valor cero.Esto sucede por que el método analítico no aplica para entradas acotadas y K solo existirá en el rango de valores en que esta acotada la entrada.

Se procederá a utilizar el método recursivo trabajaremos con $[n] = \mu[n]$ sustituyendo en la ecuación n^o 1

$$y[n] - \frac{5}{6}y[n-1] - \frac{1}{6}y[n-2] = \frac{1}{3}\mu[n] \tag{13}$$

ahora le damos valores a n que sean positivos y enteros para así encontrar su termino enecimo. para n=0 obtenemos que $y[0] =]\frac{1}{3}$ para n=1 $[1] = \frac{11}{18}$
para n=2
$y[2 =]\frac{55}{108}$
para n=3
$y[3] = \frac{97}{108}$
para n=4 $y[4 =]\frac{7}{6}$
para n=5
$y[5] = \frac{943}{648}$ como se puede observa la señal no se estabiliza si no que toma valores muy bruscos y matemáticamente es muy complicado conseguirle el termino enecimo. por eso solo se dejara expresada sus primeras 5 muestras.