

Estudio del proceso termodinámico en una máquina de expreso

Luis Alberto González José A01039137

5 de Mayo de 2017

1 Abstracto

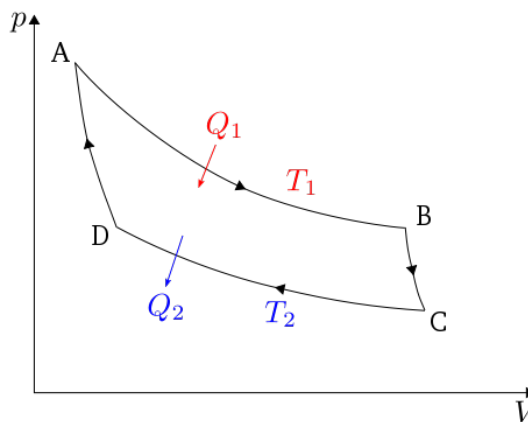
Con intención de divulgación de la termodinámica, éste escrito pretende describir el comportamiento termodinámico de una cafetera común. Mostrando así el arraigo que la materia tiene en nuestro entorno y promoviendo así su basto potencial de aplicación a nuestra vida diaria para una mejor entendimiento del universo y de las ventajas que podemos obtener del mismo.

2 Introducción

La termodinámica es la materia que estudia las cualidades del calor y el trabajo relacionando las interacciones de las partículas en un sistema por medio de la presión, el volumen, la masa y su temperatura. Su importancia se dio a conocer primordialmente durante la revolución industrial, donde se le dio un uso extensivo consciente por primera vez, para mejorar la eficiencia de las máquinas de vapor a través del ciclo de Carnot. Esto habilito a poder usar menos materia prima teniendo así, una mejor eficiencia del trabajo o calor producido, disminuyendo las pérdidas de energía.

3 Ciclo de Carnot

El ciclo de Carnot se caracteriza como una serie de pasos que lleva a cabo un sistema. Se compone de 2 procesos isotérmicos y 2 adiabáticos. Los procesos se intercalan entre sí. Representado de la siguiente forma:



Las características de las isothermas y las adiabáticas permiten aumentar la eficiencia al máximo, evitando pérdidas de energía.

La palabra “isoterma” se compone de “iso” y “terma”, que provienen respectivamente del latín para representar “uno” y “término”. El proceso isotérmico se define como un proceso de cambios de volumen y presión manteniendo la misma temperatura. La siguiente ecuación es la representación matemática usando un *gas ideal*

$$PV = nRT \quad (1)$$

El gas ideal es un gas teórico que normalmente se representa por algunos de los gases nobles ya que estos presentan la menor interacción de energía cinética entre sus partículas, así conservando su energía interna e idealizando la *ley de los gases ideales*. Ahora, regresando a el proceso isotérmico; a este le hemos llegado a conocer ya sea como una expansión o una compresión; ambas presentes en el ciclo de Carnot. El tramo (AB) como la expansión y el (CD) como la compresión.

En ambos casos, la materia realiza un cambio volumétrico que es proporcional y equivalente al cambio de presión que ocurre, lo cual hace que conserve su temperatura a través del proceso.

Para cuando ocurre el proceso adiabático, el proceso isotérmico ya deja de transferir calor y se aísla el sistema, así solo cambiando su volumen a través de un cambio de temperatura.

El proceso isotérmico es reversible, por lo que el sistema siempre puede regresar a su estado original. Pero las adiabatas no lo son ya que en éstas existe un trabajo liberado. Para mostrar esto, primero necesitamos analizar la entropía en los procesos isotérmicos. En ambas, debido a que existe una temperatura constante y sólo existen cambios debido al calor. Este se representa de la siguiente forma:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \quad (2)$$

En la expansión isotérmica, debido a que existe una transferencia de calor positiva, el cambio entrópico es por ende, positivo. En la compresión, la transferencia de calor es negativa, por lo que nos referimos a que el sistema absorbe energía, por lo que, lógicamente, el cambio entrópico es negativo.

$$\delta Q_{AB} > 0 \rightarrow dS_{AB} > 0 \quad (3)$$

$$\delta Q_{CD} < 0 \rightarrow dS_{CD} < 0 \quad (4)$$

En los procesos adiabáticos, dado que la cualidad del proceso es que es un sistema idealizado como “perfectamente aislado”, no existen intercambios de calor, por lo que se entiende:

$$\delta Q_{BC} = 0 \rightarrow dS_{BC} = 0 \quad (5)$$

$$\delta Q_{DA} = 0 \rightarrow dS_{DA} = 0 \quad (6)$$

Para todos los procesos, el trabajo se relaciona con la ecuación de la energía interna de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \Delta U &= Q - W & \Delta U &= 0 \\ \therefore \delta Q_{AB} &= W & \delta Q_{CD} &= W \\ \delta Q_{AB} &> 0 & \delta Q_{CD} &> 0 \\ \therefore W_{AB} &> 0 & W_{CD} &> 0 \end{aligned}$$

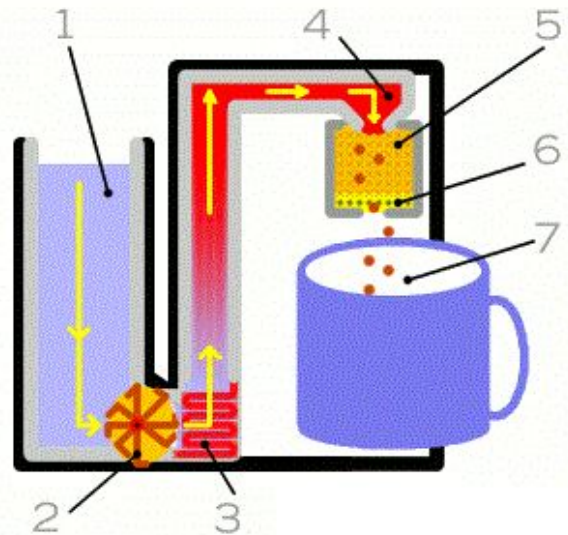
Y para las adiabatas

$$\begin{aligned} \Delta U &= Q - W & Q &= 0 \\ \therefore \Delta U_{BC} &= -W_{BC} & \Delta U_{DA} &= -W_{DA} \\ \Delta U_{BC} &< 0 & \Delta U_{DA} &> 0 \\ \therefore W_{BC} &> 0 & W_{DA} &< 0 \end{aligned}$$

Es importante notar que el signo contrario en el trabajo (DA) se refiere a que se está realizando un trabajo sobre el sistema. Y el trabajo positivo (BC) se refiere a que el sistema está liberando o realizando trabajo.

4 Relacionando la máquina de expreso con la termodinámica

Ahora que se ha realizado el preámbulo sobre el ciclo de Carnot, quisiera exponer la relación que se encuentra con una máquina de expreso. Antes de relacionar Carnot, con la máquina, es necesario la comprensión de la misma.



Las secciones mostradas en la imagen son 7 pero las que nos importan son solo 5, donde los cambios termodinámicos son más notables. Un total de 4 pasos

donde estos cambios ocurren.

1. En el primer paso, el agua en el compartimiento de la sección 1, es bombeado hacia la sección 3 con una bomba (la de la sección 2) que aplica una presión equivalente a 1500KPa.
2. El segundo paso, se representa como el calentamiento del agua en la sección 3 hasta llevar el agua a una temperatura a pocos centígrados antes de su punto de ebullición. Normalmente a 95°C. Cuando esto sucede, un sensor de temperatura levanta un interruptor para detener el calentamiento del circuito. Si disminuye mucho la temperatura, el sensor vuelve a encender el circuito y este proceso se cicla para mantener esta temperatura hasta que el usuario indique que prosiga la máquina con los siguientes pasos.
3. El tercer paso consiste simplemente en abrir el contenedor de la sección 3, liberando el flujo en la tubería (sección 4) hasta llegar a la sección 7.
4. El cuarto y último paso es la transición de la sección 4 a la 7, donde el café se libera a una tasa o termo. Debido a que el termo está libre al entorno, existe una pérdida inmediata de presión, por lo que éste paso lo relacionaremos con un proceso de expansión con cambios de presión y temperatura, por lo que no es una adiabática.

Una vez comprendidas estas funciones, es comprensible que existen procesos termodinámicos en la máquina de expreso. Antes de continuar, **es importante notar que éste no es un ciclo de Carnot**. El sistema no es un ciclo de Carnot debido a que es un sistema abierto, y la masa que empieza en el proceso, no regresa a su estado original y no se cicla ninguna parte del proceso termodinámico. Adicionalmente, éste proceso cuenta con 3 temperaturas diferentes: $T_1 \ll T_3 < T_2$ donde T_1 , T_2 , y T_3 son las temperaturas obtenidas respectivamente en el proceso completo de la máquina. Finalmente, en el último proceso, se libera temperatura al entorno, lo que significa una pérdida de calor en el sistema.

Para comenzar, en el primer paso, es entendible que cuando se bombea el agua, su temperatura no

cambia cuando pasa de la sección 1 a la 3. Debido a que la misma bomba crea presión en la sección 3, es evidente que la presión en esa sección es mayor de cuando está en la sección 1. Por ende, su volumen está disminuyendo ya que se está comprimiendo en la sección 3.

En el segundo paso, se empieza a calentar el agua. Aquí, idealmente es una sección aislada donde no existen intercambios de calor con el entorno. Por lo mismo que aumenta la temperatura, también aumenta la presión y disminuye el volumen.

En el tercer paso, se abre la tubería, así dejando fluir el líquido contenido en la sección 3. Lógicamente la temperatura se mantiene constante y debido a que existe un mayor espacio para que el líquido fluya, se expande, así disminuyendo su presión.

Finalmente, el último paso, donde el agua pasa de la tubería al termo aislado, aquí es fácil notar que es un cambio adiabático, donde la temperatura disminuye debido a que hay un mayor espacio que el de la tubería, donde el líquido puede liberar presión, expandiéndose y disminuir su temperatura.

5 Datos

Al conocer las presiones y temperaturas con las que trabaja este ejemplo de máquina de expreso, es posible realizar los cálculos termodinámicos.

En el primer paso, se hace la compresión isotérmica. La temperatura del agua es de $25^\circ\text{C}=298.15\text{K}$, presión atmosférica $1\text{atm}=101325\text{Pa}$, 1L volumétrico de agua. Debido a que la densidad del agua es $\rho = 1000\text{Kg}/\text{m}^3$, tomaremos una masa de $m = 0.001\text{m}^3 * 1000\text{Kg}/\text{m}^3 = 1\text{Kg}$ y una cantidad de moles $n=0.040874058511\text{mol}$ La presión aplicada es de 1500KPa $1500000/101325 = 14.804\text{atm}$ en presión. La temperatura es constante, la masa la

misma. Con esto obtenemos un nuevo volumen de:

$$V = \frac{nRT}{P}$$

$$(273.15 + 25) * 0.040874 * 0.082 / 14.804 = 0.0675L$$

$$\delta Q = W = nRT \ln(V_2/V_1)$$

$$= 0.04087 * 0.082 * (273.15 + 25) \ln(0.0675/1)$$

$$= -2.69673$$

$$\Delta S = \delta Q/T = -2.69673/(273.15 + 25)$$

$$= -0.009 Jmol^{-1}K^{-1}$$

Para el segundo paso, el agua se empieza a calentar de forma adiabática hasta alcanzar 95°C, así realizando cambios que se ven reflejados de la siguiente forma:

$$dW = PdV$$

$$\int dW = \int PdV$$

Afortunadamente, debido a que no existen intercambios de calor, sabemos que

$$PV^\gamma = K$$

$$\int dW = K \int \frac{1}{V^\gamma} dV$$

$$W = \frac{P_A V_A - P_D V_D}{1 - \gamma}$$

$$W = \frac{nR\Delta T}{1 - \gamma}$$

Conociendo el coeficiente adiabático del agua $\gamma = C_P/C_V = 1.33$ obtendremos:

$$W = \frac{0.04087 * 0.082 * (95 - 25)}{1 - 1.33} = -0.71089 \text{ Joules}$$

(7)

Como el trabajo es menor a 0, es evidente que se realiza un trabajo sobre el sistema, el cual es el circuito calentando el agua. Adicionalmente, la entropía es igual a cero debido a que no existen intercambios de calor en los procedimientos adiabáticos. Y la presión máxima (A) alcanzada es de 14.8145atm. El tercer paso consiste en la apertura de la tubería que permite

el flujo de agua. Recordando la ecuación de Bernoulli:

$$P = \frac{\rho V^2}{2} \quad (8)$$

Sabemos que debido a que el flujo volumétrico en la tubería aumenta, esto causa que la velocidad V aumente, así disminuyendo la presión y aumentando el volumen. Conociendo el diámetro de la tubería y obteniendo el flujo volumétrico, se puede obtener la velocidad del fluido, y utilizando la ecuación de Bernoulli, podemos obtener la presión liberada por éste paso.

Al hacer la prueba, se encontró que el litro de agua fluye en 40 segundos. Con esto, sabemos que son $\nu = 0.001m^3/40s = 0.025cm^3/s$ Dividiendo éste flujo(ν) entre el área hidráulico, encontramos la velocidad.

$$v = \frac{\nu}{\pi * r^2} = \frac{25X10^{-6}}{\pi * (0.001)^2} = 7.957747m/s^2 \quad (9)$$

Ahora, conociendo el cambio de presión, podemos empezar a hacer nuestros cálculos termodinámicos.

$$\Delta P = \frac{\rho V^2}{2} =$$

$$\frac{1000 * (7.957747)^2}{2}$$

$$= 31662.8698Pa = 0.31249atm$$

$$P_B = P_A - \Delta P$$

$$P_A V_A^\gamma = P_D V_D^\gamma$$

$$P_A V_A^\gamma = (0.0675 * 14.804)^{(1.33)}$$

$$V_A = 0.99247/14.8145$$

$$= 0.06699L$$

$$P_B = 14.8145 - 0.3124882 = 14.502atm$$

$$V_B = \frac{nRT}{P_B}$$

$$= \frac{0.040874 * 0.082 * (273.15 + 95)}{14.502} = 0.08517L$$

$$\begin{aligned}
W &= nRT \ln(V_A/V_D) = \\
&= 0.040874 * 0.82 * \\
(273.15 + 95) \ln(0.08517/0.06895) \\
W &= 0.26094 \text{ Joules} \\
\Delta S &= \delta Q/T \\
= W/T &= 0.261/(273.15 + 95) \\
&= 0.00070895 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}
\end{aligned}$$

Finalmente, el cuarto paso consiste en la caída del fluido hacia el contenedor. Desafortunadamente, la densidad del fluido cambia ya que deja de ser agua y normalmente se vuelve café, volviéndolo más denso. Pero para efectos de este escrito, asumiremos que no se colocó café en el filtro. Considerando esto, sabemos que el café llega al recipiente e inmediatamente disminuye su temperatura entre los 92 y 88°C. Tomando en consideración el mínimo valor (asumiendo una buena expansión, y sabiendo que la presión del sistema regresa a la del entorno (1atm) podremos calcular:

$$\begin{aligned}
P_F &= 1 \text{ atm} \\
V_F &= nRT_F/P_F = 1.21 \text{ L} \\
\int dW &= K \int \frac{1}{V^\gamma} dV \\
W &= \frac{P_F V_F - P_B V_B}{1 - \gamma} \\
W &= 0.07616769 \text{ J}
\end{aligned}$$

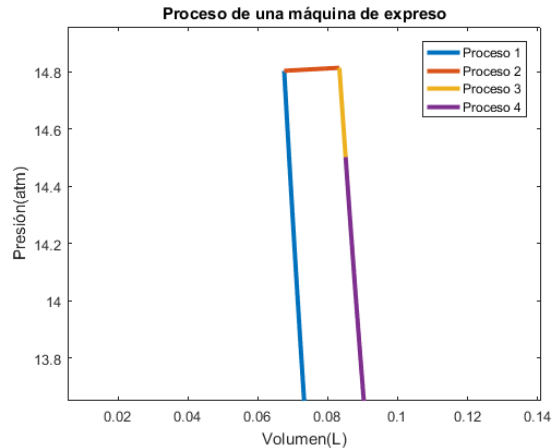
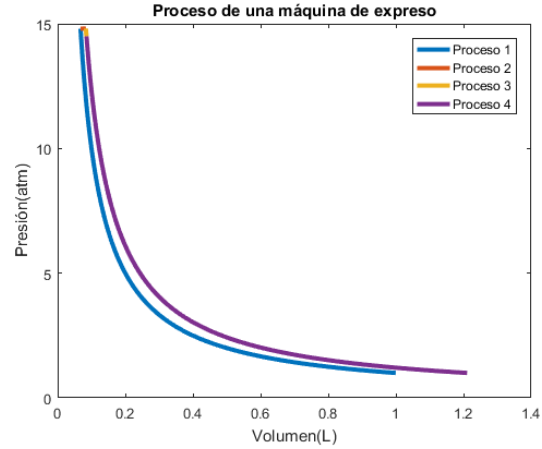
Sin embargo, aquí se pierde una cantidad de energía debido a que no es un proceso adiabático. Si fuere adiabático, el trabajo realizado sería

$$\begin{aligned}
W &= \frac{nR\Delta T}{1 - \gamma} \\
W &= \frac{0.04087 * 0.82 * (88 - 95)}{1 - 1.33} \\
&= 0.071089 \text{ Joules}
\end{aligned}$$

Por lo que la diferencia $\Delta W = 0.076167 - 0.071089 = 0.005078 \text{ J}$ es la cantidad de trabajo perdido en el entorno cuando la presión se pierde y regresa a 1atm.

Es posible representar gráficamente estos procesos termodinámicos. Simplemente se necesita encontrar

los puntos mínimos y máximos de las variables en la ecuación $PV = nRT$. Al utilizar las presiones, volúmenes y temperaturas (C,D,A,B,F) y graficar (P) respecto a (V), podremos encontrar lo siguiente:



Como es apreciable, los mayores cambios termodinámicos son al principio, cuando se comprime el agua, y cuando se libera la presión al final. Igualmente, es notable que el estado de la materia que ingrese en este sistema, no regresa a su estado original al final, sino que regresa mucho más caliente de cuando entró y con un volumen un poco diferente.

6 Conclusión

Al poder encontrar los trabajos realizados por el sistema, y poder calcular la entropía, es importante

considerar cómo la termodinámica se relaciona con nuestro entorno cotidiano. Desde las cosas más complejas como un motor, hasta las cosas más sencillas como una cafetera, se pueden apreciar con estas herramientas.

Ahora que se tienen las temperaturas y trabajos realizados, es posible poder tomar estos datos y calcular la eficiencia del sistema. Teniendo este tipo de datos, se puede buscar mejorar el sistema mejorando el aislamiento del sistema, o incluso analizar la mecánica de fluidos para encontrar la pérdida de energía a través de la tubería $H_t = H_s + H_m$, donde H_s representa las pérdidas por fricción, las cuales se pueden calcular con el teorema de transporte de Reynolds; y también H_m , que representan las pérdidas secundarias del sistema por factores secundarios como la curvatura en la tubería o incluso el diámetro hidráulico.

Es importante recalcar que la máquina de expreso no es un *ciclo* de Carnot, debido a que es un sistema abierto, y la materia que entra al sistema, sale por otro. Adicionalmente, son 3 temperaturas las que se manejan, no 2 como se muestra normalmente en el ciclo de Carnot.

7 Bibliografía

1. White, Frank M. (2009). Fluid Mechanics 4th ed.. New York: McGraw Hill.
2. Jesús Biel Gayé. (1998). Formalismos y métodos de la termodinámica, Vol. 1 . Barcelona: Reverté.
3. Cal Poly Pomona editorial. (2017). Gas Constant. 4 de mayo de 2017, de Cal Poly Pomona University Sitio web: <http://www.cpp.edu/llee/gasconstant.pdf>
4. Discovery Max editorial. (2013). Cómo funciona la cafetera - Discovery MAX. 4 de mayo de 2017, de Youtube.com Sitio web: <https://www.youtube.com/watch?v=dPGqyLJ6vA>
5. Hyper Physics editorial. (2017). Pressure — Bernoulli Equation. 4 de mayo de 2017, de HyperPhysics.edu Sitio web: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/pber.html>
6. AnuarPhysics. (2013). Expansión Isotérmica de un Gas Ideal — Cambio de Entropía. 4 de mayo de 2017, de YouTube.com Sitio web: <https://www.youtube.com/watch?v=6oOOY2PCAhg>
7. Laura Chomuik. (2017). Adiabatic Expansion. 4 de mayo de 2017, de Michigan State University Sitio web: <http://www.pa.msu.edu/courses/2005spring/PHY215/phy215wk3.pdf>
8. Asaro, R., Lubrada, V.. (2006). Mechanics of Solids and Materials. Cambridge University: Cambridge University Press.