

Demonstratie

Informatica Aplicata

April 18, 2019

Ipoteza. Oricare ar fi $n \in N^*$ si x, y, z divizori distincti ai lui n , astfel incat $x + y + z = n \implies 6|n$

Proof. $x + y + z = n \implies x \geq \frac{n}{3}$ sau $y \geq \frac{n}{3}$ sau $z \geq \frac{n}{3}$

Presupunem, fara a pierde din generalitate ca

$$x \geq \frac{n}{3} \tag{1}$$

$x, y, z > 0$ si $x + y + z = n \implies x, y, z < n$, dar $x|n \implies x \leq \frac{n}{2}$

$x \leq \frac{n}{2} \implies n \leq \frac{n}{2} + y + z \implies y + z \geq \frac{n}{2} \implies$ fie $y = z = \frac{n}{4}$ (imposibil deoarece divizorii trebuie sa fie distincti) fie $y > \frac{n}{4}$ sau $z > \frac{n}{4}$

Presupunem, fara a pierde din generalitate ca

$$y > \frac{n}{4} \tag{2}$$

Din (1) si (2) avand in vedere ca x si y sunt divizori ai lui n si $x, y < n$ inseamna ca avem $x, y \in \{\frac{n}{2}, \frac{n}{3}\}$ dar $x \neq y \implies$

$$\{x, y\} = \{\frac{n}{2}, \frac{n}{3}\} \implies 2|n \text{ si } 3|n \implies 6|n \text{ [Q.E.D.]} \quad \square$$